

### Ein regelbasiertes Fuzzy-Entscheidungsmodell für einfache Lotterien

Manhart, Klaus

Veröffentlichungsversion / Published Version  
Zeitschriftenartikel / journal article

#### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Manhart, K. (1999). Ein regelbasiertes Fuzzy-Entscheidungsmodell für einfache Lotterien. *Sprache & Kognition: Zeitschrift für Sprach- und Kognitionspsychologie und ihre Grenzgebiete*, 18(3/4), 113-122. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-52796>

#### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer CC BY-NC-ND Lizenz (Namensnennung-Nicht-kommerziell-Keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Nähere Auskünfte zu den CC-Lizenzen finden Sie hier:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.de>

#### Terms of use:

This document is made available under a CC BY-NC-ND Licence (Attribution-Non Commercial-NoDerivatives). For more information see:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>

# Ein regelbasiertes Fuzzy-Entscheidungsmodell für einfache Lotterien

Klaus Manhart

**Zusammenfassung:** Es wird eine liberalere Alternative zu den bekannten Entscheidungsmodellen unter Risiko in Form eines regelbasierten Fuzzy-Entscheidungsmodells vorgestellt. Die Modellstruktur ist die eines einfachen wissensbasierten (Experten-)Systems, das seine Schlüsse und Modellannahmen rechtfertigen kann. Auf der Basis empirischer Daten bildet das Computermodell das Rasonieren menschlicher Entscheidungsträger in Fuzzy-Kategorien und Entscheidungsregeln ab. Es stellt den Anspruch, ein adäquateres mentales Modell von Entscheidungsprozessen mit risikobehafteten Alternativen zu sein. Ein Vergleich der Modell-Entscheidungen mit Versuchspersonen-Entscheidungen erbrachte eine hohe Übereinstimmung bezüglich gleicher Alternativenwahl.

**Schlüsselwörter:** Entscheidungstheorie, Kognitive Modellierung, Regelbasiertes Entscheidungsmodell, Fuzzy-Modell

**Summary:** This article introduces a liberal alternative to the well-known decision models under risk in the form of a rule-based fuzzy decision model. The structure of the model corresponds to a simple, knowledge-based (expert-)system, which is capable to justify its assumptions and conclusions. On the basis of empirical data the computer program models the inference processes of human decision makers in fuzzy-categories and rules of decision. The model claims to reproduce decision processes with risky alternatives more adequate than conventional models. In comparison with human test subjects the computer-based decisions produced strong correspondences with regard to the choice of the same alternatives.

**Key words:** Decision theory, cognitive modelling, rule-based decision model, fuzzy-model

## Einleitung

In vielen Situationen sind wir mit Entscheidungen konfrontiert, deren Ausgänge unsicher sind und nur mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten eintreten. Solche «Entscheidungen unter Risiko» können formal als Wahlen zwischen Lotterien charakterisiert werden, deren Gewinne bzw. Verluste mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten auftreten. Steht man etwa beim Verlassen des Hauses frühmorgens vor der Entscheidung, einen Regenschirm mitzu-

nehmen oder nicht, und schätzt die Regenwahrscheinlichkeit auf 80%, so hat man letztendlich die Wahl zwischen den Lotterien

- A) Regenschirm mitschleppen und damit eine 100% Chance, trocken zu bleiben; oder:
- B) Regenschirm zu Hause lassen und damit eine 80% Chance, nass zu werden und eine 20% Chance, trocken zu bleiben.

Allemein führt eine Lotterie  $L = (p_1, x_1; p_2, x_2; \dots p_n, x_n)$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_1$  zum Ergebnis  $x_1$ , mit  $p_2$  zu  $x_2$  usw., die Summe der  $p_i$  ergibt hierbei 1.

Das weitverbreitetste formale Modell für Entscheidungssituationen unter Risiko ist die Expected Utility (EU-)Theorie (von Neumann und Morgenstern, 1947). Das Modell besteht aus einer Menge von Axiomen, die als Forderungen für rationales Verhalten in risikobehafteten Situationen angesehen werden können. Transitivitätsaxiome verlangen beispielsweise Transitivität für Ergebnisse und Lotterien (d.h. wird  $x_1$   $x_2$  vorgezogen und  $x_2$   $x_3$ , so muss auch  $x_1$   $x_3$  präferiert werden), das Reduktionsaxiom unterstellt, dass zusammengesetzte Lotterien und nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitslehre reduzierte Lotterien als äquivalent angesehen werden. Von einem rationalen Individuum wird erwartet, dass es die Axiome des Modells erfüllt. In diesem Fall handelt die Person so, wie wenn sie ihren erwarteten Nutzen (expected utility) maximiert.

War das EU-Modell zunächst im normativen, vorschreibenden Sinn zur Steuerung von Wirtschaftsakteuren konzipiert, wurde es in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften aufgrund seiner Einfachheit und Eleganz bald als deskriptive, empirische Theorie adaptiert. Der «Homo oeconomicus» expandierte und verließ seinen angestammten Platz. In der Psychologie wurde das EU-Modell vor allem als Subjective Expected Utility (SEU)-Modell zum Paradigma der Entscheidungstheorie in den Fünfziger- und Sechzigerjahren (Edwards, 1954). Nach dem SEU-Modell wählen Personen jene Alternative, deren subjektiv zu erwartender Nutzen maximal ist. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff bezieht sich dabei auf subjektive (S) Grade der Überzeugung.

Eine Vielzahl empirischer Untersuchungen und Paradoxien zeigte, dass die formalen Forderungen des EU- und SEU-Modells empirisch nicht erfüllt werden (Kahneman, Slovic und Tversky 1982; Tversky und Kahneman 1974, 1981, 1986; Holler, 1983, für einen Überblick vgl. Schoemaker, 1982; Manhart, 1986; Kühberger, 1994). Alle inhaltlich interpretierbaren Axiome des Modells werden systematisch verletzt: Entscheidungsträger lassen sich beeinflussen von der Problembeschreibung (Framing-Effekte, Tversky und Kahneman, 1981), beziehen nur Teildaten in den Entscheidungsprozess ein (Isolationseffekte, Tversky und Kahneman, 1981), behandeln zusammengesetzte Lotterien nicht nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie (Kahneman und Tversky, 1979) oder lehnen bestimmte Axiome offen ab (Slovic und Tversky, 1974).

Verfeinerungen des SEU-Modells und Abschwächungen der Rationalitätspostulate führten zu alternativen Ansätzen wie etwa Kahneman und Tversky's (1979) Prospect Theory, der Regret-Theorie (Bell 1982; Loomes und Sugden, 1982) oder Hagens (1979) Theorie. Diese alternativen Modelle lösten eine Vielzahl von Paradoxien, die das klassische SEU-Modell widerlegten. Doch auch die-

se Ansätze hatten mit zunehmenden Anomalien zu kämpfen, so dass das SEU-Modell und seine Varianten ab den späten Siebzigerjahren immer weniger forschungsleitend wurde. Der Homo oeconomicus als Leitidee der psychologischen Entscheidungstheorie hat sich als zu eng erwiesen.

## Entscheiden als Symbolverarbeitung

Der vorliegende Ansatz bricht mit dem SEU-Modell und seinen Varianten. Den theoretischen Hintergrund bildet die Auffassung, dass Entscheiden – wie andere kognitive Prozesse auch (Problemlösen, Planen, Sprechen und Sprachverstehen) – dem Konzept der Informationsverarbeitung unterliegt und als wissensbasierter Vorgang der Symbolverarbeitung aufzufassen ist. Entscheidungsprozesse sind symbolische Berechnungsvorgänge, die auf der Basis von nicht-numerischen Kategorien, Regeln und Heuristiken erfolgen. Sie können mit wissens- oder regelbasierten Computerprogrammen modelliert und rekonstruiert werden. Dieser Ansatz wurzelt in der von Newell und Simon (1972) begründeten «Kognitiven Simulation» und Künstlichen Intelligenz (KI). Die Grundlagen der KI-orientierten kognitiven Modellierung sind beschrieben in Opwis (1992) und zusammengefasst in Opwis und Spada (1994).

Für das vorliegende Modell werden zwei Konzepte aus der KI verwendet. Zum einen das auf Zadeh (1965) zurückgehende Konzept der Fuzzy Sets oder unscharfen Mengen (Zelewski, 1986), zum andern die in vielfältiger Weise in Psychologie und Informatik einsetzbaren Produktions- oder regelbasierten (Experten-)Systeme (vgl. z.B. Schnupp/Nguyen Huu (1987) für einen informatikorientierten oder Opwis (1992) für einen psychologisch orientierten Ansatz).

Basis unseres Vorgehens ist eine – empirisch verankerte – Analyse von Entscheidungssituationen in Fuzzy-Begriffen, die als Grundlage für ein regelbasiertes Fuzzy-Modell bzw. Expertensystem dient (Paterson 1988). Verglichen mit den SEU-Modellen wird der Rationalitätsbegriff radikal «liberalisiert»: die strengen Rationalitätsforderungen obiger Modelle werden aufgegeben, ohne aber Entscheidungen der völligen Willkür oder Beliebigkeit zu überlassen. Das Rationale für eine Fuzzy-Entscheidung liegt darin, dass nicht alle Argumente zulässig sind: Rationalität wird einfach als subjektives Argument der trade-offs zwischen bestimmten Eigenschaften einer Entscheidung betrachtet.

Wird beispielsweise X vor Y präferiert wegen zweier Eigenschaften  $E1_{XY}$  und  $E2_{XY}$ , aber Z nicht vor Y bevor-

zugt, obwohl z.B.  $E1_{YZ}$  wünschenswerter ist als  $E1_{XY}$  und  $E2_{YZ}$  identisch ist mit  $E2_{XY}$ , dann sind die beiden Wahlen inkonsistent zueinander.

Konkret ('>' für '... wird vorgezogen vor...'):

$CAR1 > CAR2$  weil

- Höchstgeschwindigkeit  $E1(150 \text{ km/h}) > E2(130 \text{ km/h})$
- obwohl:  $COL2(\text{blau}) > COL1(\text{grün})$

und andererseits

$CAR2 > CAR3$

- obwohl  $E3(180 \text{ km/h}) > E2(130 \text{ km/h})$
- und  $COL2(\text{blau}) > COL3(\text{grün})$

so ist diese Argumentation eindeutig irrational.

In Worten: Ich bevorzuge  $CAR1$  vor  $CAR2$  – weil  $CAR1$  schneller fährt als  $CAR2$ , obwohl mir die Farbe von  $CAR2$  besser gefällt.

Und andererseits:

Ich bevorzuge  $CAR2$  vor  $CAR3$  – weil mir die Farbe von  $CAR2$  besser gefällt, obwohl  $CAR3$  schneller fährt als  $CAR2$ .

Fuzzy-Modelle könnten einerseits als Ausgangsbasis dienen für den Versuch, empirisches Entscheidungsverhalten zu erklären und andererseits kann die Konsistenz des Regelsystems überprüft werden, die jenseits logischer oder arithmetischer Rationalität liegt. Das Ziel des vorliegenden Projekts war, ein prototypisches System für Experimentierzwecke zu entwickeln, das zunächst die Präferenzen *einer* Versuchsperson widerspiegelt. In einem zweiten Schritt wurde geprüft, inwieweit das Modell allgemein Entscheidungsmuster von Personen berücksichtigt.

## Methodisches Vorgehen

Das Modell behandelt risikobehaftete Entscheidungssituationen in Form einfacher Lotterien, bei denen eine Entscheidung zwischen zwei Alternativen getroffen werden muss. Als Beispiel sei die folgende Lotterie genannt, bei der der Entscheidungsträger zwischen A und B zu wählen hat:

A) 20% Chance für 500 DM

B) 80% Chance für 50 DM

Unter der Annahme, dass Entscheiden ein symbolverarbeitender Prozess ist, war zunächst zu klären, wie derartige Probleme mental repräsentiert werden, d.h., in welche relevanten Kategorien das Problem abgebildet wird. In einem zweiten Schritt wurde rekonstruiert, wie die Kategorien zu einer Entscheidungsfindung verknüpft werden. Es mussten also empirische Daten darüber gesammelt wer-

den, a) mit welchen kognitiven Kategorien derartige Entscheidungsprobleme repräsentiert werden und b) nach welchen Regeln die Auswahl einer Alternative mit Hilfe dieser Kategorien erfolgt.

Einer Versuchsperson (VP) wurden ausgewählte Lotterien der oben genannten Art vorgelegt. Mit der Methode des «lauten Denkens» wurden die Schritte bei einer Entscheidungsfindung protokolliert. Im vorliegenden Fall zeigte sich, dass der Entscheidungsprozess ausschließlich determiniert war durch Abwägen von Größe und Relation der Wahrscheinlichkeiten sowie der Relation der Geldbeträge – ein Muster, das, ohne sich dem Vorwurf der Spekulation auszusetzen, verallgemeinert werden darf.

Konkret kann das Rasonieren der VP für die obige Lotterie wie folgt wiedergegeben werden:

«0.8 ist im Vergleich zu 0.2 eine sehr große Wahrscheinlichkeit; das Ergebnis in B ist relativ sicher. Andererseits ist der Betrag in B mit 50 DM im Vergleich zu 500 sehr klein. 50 ist im Vergleich zu 500 fast nichts, also wähle ich A, obwohl die Chance nur gering ist.»

Das Protokoll zeigt, dass die Analyse in Form von Fuzzy-Kategorien erfolgt wie «0.8 ist eine *sehr große* Wahrscheinlichkeit» oder «50 ist im Vergleich zu 500 *sehr klein*» bzw. «*fast nichts*». Diese Fuzzy-Kategorien bildeten die Grundlage, auf deren Basis der Entscheidungsprozess erfolgte.

Auf der nächsten Stufe wurden der VP in Tabellenform eine umfangreiche Menge von Lotterien vorgegeben, wobei Wahrscheinlichkeiten und Geldbeträge systematisch variiert wurden. Eine solche Tabelle hatte etwa folgende Gestalt:

Tabelle 1: Auszug aus den systematisch variierten Lotteriepaa- ren, welche der VP vorgelegt wurden

Wahrschein- lichkeit	Geldbetrag				
80%	10	50	100	500	800
50%	1000	1000	1000	1000	1000
80%	10	50	100	500	800
30%	1000	1000	1000	1000	1000
80%	10	50	100	500	800
10%	1000	1000	1000	1000	1000
80%	10	50	100	500	800
1%	1000	1000	1000	1000	1000

Die VP hatte für jedes Lotteriepaar (80% 10 DM; 50% 1000 DM etc.) ihre Wahl abzugeben. Faktisch wurde in jeder Zeile eine Grenze ermittelt, bei der die Entscheidungspräferenz «umkippte».

Nicht jede Wahl ist hierbei vernünftig. Eine eindeutige Verletzung subjektiver Rationalität läge etwa vor, wenn bei den beiden Lotteriepaa- ren

- |        |         |        |        |
|--------|---------|--------|--------|
| A) 99% | 50 DM   | C) 99% | 50 DM  |
| B) 1%  | 1000 DM | D) 1%  | 500 DM |

A vor B gewählt werden würde, aber D vor C.

Mit Hilfe der Daten wurde versucht, möglichst sparsame Fuzzy-Regeln zu generieren, die das Entscheidungsverhalten der VP beschreiben. Die Regeln sollten dabei ungefähr die von der VP gelieferte «Kippgrenze» widerspiegeln. Insgesamt wurden 45 Entscheidungsregeln des folgenden Typs erzeugt:

WENN

- eine Gewinnlotterie vorliegt UND
- eine Wahrscheinlichkeit extrem gross ist UND
- die andere Wahrscheinlichkeit ungefähr fifty-fifty ist UND
- die Beträge nicht allzu verschieden sind

DANN

wähle die Lotterie mit der größeren Wahrscheinlichkeit.

Die Beispiel-Regel bildet das intuitive Entscheidungsmuster ab, dass bei ähnlich großen Geldbeträgen, einer extrem großen Wahrscheinlichkeit in der einen und einer mittleren in der anderen Lotterie, diejenige mit der größeren Wahrscheinlichkeit gewählt wird.

## Modellstruktur

Wir postulieren folgenden Prozess vom Input bis zur Alternativenwahl als Modell für menschliches Rasonieren in risikobehafteten Entscheidungssituationen. Dieser Prozess unterliegt dem Ablauf des Computerprogramms.

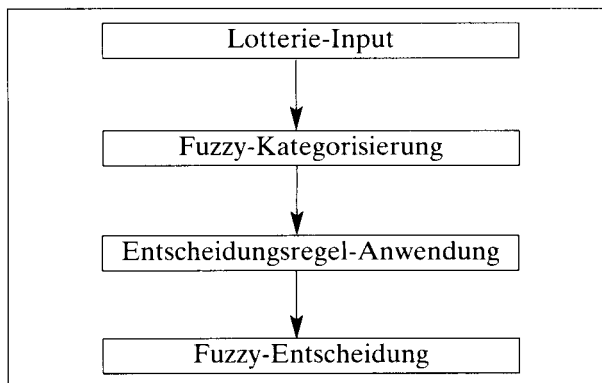


Abbildung 1: Postulierter Ablauf des Entscheidungsprozesses.

Der Entscheidungsprozess lässt sich grob wie folgt beschreiben. Die relevanten Merkmale der Input-Alternati-

ven risikobehafteter Entscheidungssituationen werden einer Kategorisierung in Fuzzy-Begriffen unterworfen, bei der man sich mehr oder weniger unsicher fühlt (vgl. das Beispiel oben). Auf diese Fuzzy-Kategorien werden Auswahlregeln angewendet, die in eine Fuzzy-Entscheidung münden. Die Fuzzy-Entscheidung «erbt» die Sicherheit bzw. Unsicherheit der Auswahl von der Bewertung der relevanten Kategorien und bestimmt die Sicherheit und Stabilität der getroffenen Wahl seitens des Entscheidungsträgers.

Das Modell wurde als einfaches regelbasiertes System in der Programmiersprache Prolog realisiert (Clocksin und Mellish, 1984). Ein regel- oder wissensbasiertes System besteht aus 1. einem deklarativen Wissensspeicher, in dem die aktuell gültigen Fakten abgelegt sind (Faktenbasis); 2. einem prozeduralen Speicher, welcher die Regeln enthält, und 3. einem Regelinterpreter, der Anwendung und Auswahl der Regeln steuert. Der Regelinterpreter wendet Regeln auf Fakten an und generiert so neues deklaratives Wissen, das der Faktenbasis hinzugefügt wird. Der Wissensspeicher enthält anfänglich keine empirischen Daten, sondern im Wesentlichen nur die wenn-dann-Regeln des Modells.

Die Modellarchitektur besteht grob aus drei Regeltypen oder Modulen: erstens den Klassifikationsregeln zur Fuzzy-Kategorisierung (Fuzzy-Klassifikator), zweitens den eben erwähnten Entscheidungsregeln und drittens einem Phrasenlexikon zur Outputgenerierung. Den Kern des Modells bilden die ersten beiden Regeltypen, während der dritte Typ theoretisch nur peripher interessiert.

Betrachten wir die einzelnen Schritte genauer. Nach dem Einlesen der Lotterien im ersten Schritt werden die Lotteriedaten in der zweiten, zentralen Phase von dem Fuzzy-Klassifikator evaluiert. Die Ergebnisse der Evaluation werden in der Faktenbasis abgelegt. Der Klassifikator sollte ungefähr das dem menschlichen Rasonieren Analoge leisten und numerische Einheiten (Wahrscheinlichkeiten, Geldbeträge) in Fuzzy-Kategorien abbilden. Nach dem obigen Beispiel sollte der Klassifikator also etwa eine Wahrscheinlichkeit von 80% als ziemlich hoch, eine Wahrscheinlichkeit von 20% als ziemlich gering und einen Betrag von 500 DM im Vergleich zu 50 DM als erheblich unterschiedlich «wahrnehmen». Die Einstufung der Wahrscheinlichkeiten erfolgte in den Kategorien

- (völlig) sicher/unsicher
- extrem groß/klein
- groß/klein
- fifty/fifty

mit entsprechenden Sicherheitsfaktoren. Ein Sicherheitsfaktor (certainty factor, cf) soll dabei den Grad der Unsicherheit repräsentieren, mit der eine bestimmte Kategorie gewählt wurde. Sicherheitsfaktoren sind Wahrscheinlichkeiten (in diesem Fall: Meta-Wahrscheinlichkeiten)

vergleichbar, aber wesentlich gröber und ärmer an Voraussetzungen. Um nicht eine größere Genauigkeit vorzutäuschen, werden nur wenige Sicherheitskategorien unterschieden, die zudem nicht auf Werte zwischen 0 und 1 normiert sind (vgl. Puppe, 1988: 43ff). Sicherheitsfaktoren konnten in diesem Modell die Werte 0 (völlig unsicher), 5 (relativ sicher) und 10 (völlig sicher) annehmen, sowie in bestimmten Fällen 3, 8, und 100 (Extremfälle). Eine Wahrscheinlichkeit von z.B. 90% wurde als groß, mit Sicherheitsfaktor 10, eine Wahrscheinlichkeit von 60% als groß, aber mit Sicherheitsfaktor 0 bewertet. Die Sicherheitsfaktoren konnten als Eingangsbedingungen für die Regeln verwendet werden.

Bei den Geldbeträgen zeigten die Protokolle, dass die Absolutbeträge für die Entscheidungen kaum relevant waren und lediglich die Relationen der Beträge betrachtet wurden. In dem Modell werden deshalb nur die Betragsrelationen erfasst und in die zwei Grundkategorien «vergleichbar» und «unterschiedlich» abgebildet – wieder mit entsprechenden Sicherheitsfaktoren. Die obigen Beträge wären danach als ziemlich unterschiedlich eingestuft worden mit einem mittleren Sicherheitsfaktor.

Der Klassifikator wurde zudem so programmiert, dass er seine Aufmerksamkeit zuerst auf die auffälligsten Daten lenkte, also etwa bei

A) 100% 30 DM

B) 60% 100 DM

auf Lotterie A mit einem sicheren Ergebnis.

Nach der erfolgten «fuzzifizierten» Klassifikation versucht der Interpreter in einem dritten Schritt eine Entscheidungsregel anzuwenden, deren Antezedens auf die vom Klassifikator zur Verfügung gestellten Fakten zutrifft. Die Regel bestimmt die zu wählende Lotterie, wobei die Wahl mit einem bestimmten, von den Bedingungen ererbten Sicherheitsfaktor erfolgt. Da jede Regel mehrere Eingangsbedingungen hat, muss es eine (Meta-)Regel geben, welche die Sicherheitsfaktoren der Bedingungen kombiniert und das Ergebnis der gewählten Alternative

zuordnet. Ein vielfach verwendeter einfacher Mechanismus besteht darin, den Sicherheitsfaktor des erfolgten Schlusses als Minimum der Sicherheitsfaktoren der einzelnen Bedingungen zu berechnen (zu anderen Modellen vgl. Puppe, 1988). Stehen also die Regelbedingungen als Fuzzy-Fakten mit den Sicherheitsfaktoren 10, 10, 0 in der Faktenbasis, so wird der Alternativenwahl der Faktor 0 zugeordnet. Wird eine Alternative mit Sicherheitsfaktor 0 gewählt, so bedeutet dies, dass sich das System bei seiner Entscheidung nicht sehr sicher ist und entsprechend bedeutet eine Wahl mit Sicherheitsfaktor 10 bzw. 100 eine maximale Sicherheit. Das Ergebnis jedes Lotterie-Inputs ist somit eine mehr oder weniger sichere Fuzzy-Entscheidung für eine der beiden Alternativen.

Die Fuzzy-Kategorisierungen und Entscheidungsregeln werden in natürlichsprachlichen Phrasen ausgegeben. Hierzu wurde ein kleines Phrasenlexikon implementiert mit dessen Hilfe einfache, linguistische Outputs erzeugt wurden. Zum Zwecke einer etwas abwechslungsreicheren Ausgabe wurde ein kleines Synonymenlexikon aufgebaut. Sicherheitsfaktoren wurden außerdem linguistische Beschreiber zugeordnet, wie «sehr», «ziemlich» etc. Aufgrund der einfachen Struktur dieses Moduls werden manchmal allerdings «unschöne» Ausgaben erzeugt, die mit etwas mehr Aufwand behoben werden könnten. Da die Sprachgenerierung aber nicht Mittelpunkt des Interesses ist, wurde darauf verzichtet.

Das folgende Protokoll gibt die Entscheidungen und Begründungen des Modells für folgende drei Lotteriepaaare wieder:

A) 80% 50 DM

B) 50% 1000 DM

A) 5% 500 DM

B) 50% 100 DM

A) 50% 50 DM

B) 60% 30 DM

1) Lotterie A:  $P = 0.8$  Betrag: = 50

Lotterie B:  $P = 0.5$  Betrag: = 1000

ICH STELLE FEST:

- die Wahrscheinlichkeiten 0.5 und 0.8 sind gerade noch ähnlich
- die Beträge 1000 und 50 sind extrem verschieden
- eine Wahrscheinlichkeit von 0.5 ist fifty-fifty
- eine Wahrscheinlichkeit von 0.8 ist ziemlich gross

cf = 0

cf = 8

cf = 10

cf = 5

Regel 25 feuert:

Die Lotterie mit dem größten Betrag wird gewählt: B

- es handelt sich um Gewinnlose

cf = 10

- die Wahrscheinlichkeit in A ist ungefähr noch hoch cf = 5
- die Chance in B ist fifty-fifty cf = 10
- die Auszahlungen sind extrem unterschiedlich cf = 8

Sicherheit: cf = 5

Regel? ja/nein ja

REGEL 25:

WENN

eine Gewinnlotterie vorliegt UND  
 die Wahrscheinlichkeit in der Lotterie  $\times$  ungefähr noch gross ist UND  
 die Wahrscheinlichkeit in der Lotterie  $y$  fifty-fifty ist UND  
 die Beträge extrem unterschiedlich sind

DANN

Die Lotterie mit dem größten Betrag wird gewählt

- 2) Lotterie A:  $P: = 0.5$  Betrag: = 100  
 Lotterie B:  $P: = 0.05$  Betrag: = 500

ICH STELLE FEST:

- die Wahrscheinlichkeiten 0.05 und 0.5 sind ziemlich unterschiedlich cf = 5
- die Beträge 500 und 100 sind ungefähr noch unterschiedlich cf = 3
- eine Wahrscheinlichkeit von 0.5 ist fifty-fifty cf = 10
- eine Wahrscheinlichkeit von 0.05 ist extrem niedrig cf = 100

Regel 35 feuert: .

Die Lotterie mit der größeren Wahrscheinlichkeit wird gewählt: A

- es handelt sich um Gewinnlose cf = 10
- die Chance in A ist fifty-fifty cf = 10
- die Wahrscheinlichkeit in B ist extrem gering cf = 100

Sicherheit: cf = 10

Regel? ja/nein ja

REGEL 35:

WENN

es sich um Gewinnlose handelt UND  
 die Wahrscheinlichkeit in der Lotterie  $\times$  fifty-fifty ist UND  
 die Wahrscheinlichkeit in der Lotterie  $y$  extrem klein ist

DANN

Die Lotterie mit der größeren Wahrscheinlichkeit wird gewählt

- 3) Lotterie A:  $P: = 0.5$  Betrag: = 50  
 Lotterie B:  $P: = 0.6$  Betrag: = 30

*ICH STELLE FEST:*

- die Wahrscheinlichkeiten 0.6 und 0.5 sind sehr von der gleichen Ordnung cf = 10
- die Beträge 30 und 50 sind gerade noch ähnlich cf = 0
- eine Wahrscheinlichkeit von 0.5 ist fifty-fifty cf = 10
- eine Wahrscheinlichkeit von 0.6 ist gerade noch hoch cf = 0

*Regel 26 feuert:*

*Die Lotterie mit der größeren Wahrscheinlichkeit wird gewählt: B*

- ich kann nur gewinnen cf = 10
- die Wahrscheinlichkeit in der Lotterie B ist gerade noch hoch cf = 0
- die Wahrscheinlichkeit in der Lotterie A ist fifty-fifty cf = 10
- die Beträge sind für mich gerade noch ähnlich cf = 0

*Sicherheit 0*

*Regel? ja/nein ja*

*REGEL 26:**WENN*

*es handelt sich um Gewinnlose UND  
die Wahrscheinlichkeit in der Lotterie y noch gross ist UND  
die Beträge für mich gerade noch von der gleichen Ordnung sind*

*DANN*

*Ich wähle die Lotterie mit der größeren Wahrscheinlichkeit*

Eine einfache Erklärungskomponente erlaubt es, sich über die Modellannahmen informieren zu lassen. Alle Regeln, auf welchen der Kern des Modells basiert, können vom Benutzer ausgegeben werden. Weiter lässt sich die Fuzzy-Evaluierung durch Eingabe beliebiger Input-Daten einsehen, wie die folgenden Beispiele zeigen.

A) Wahrscheinlichkeit: 0.7

B) Wahrscheinlichkeit: 0.3

- die Wahrscheinlichkeiten sind noch unterschiedlich 0
- die Wahrscheinlichkeit in A ist ziemlich groß 5
- die Wahrscheinlichkeit in der Lotterie B ist ziemlich klein 5

A) Wahrscheinlichkeit: 0.9

B) Wahrscheinlichkeit: 0.97

- die Wahrscheinlichkeiten sind ausgesprochen ähnlich 10
- die Wahrscheinlichkeit in B ist extrem groß 100
- die Wahrscheinlichkeit in der Lotterie A ist sehr hoch 10

A) Geldbetrag: 70

B) Geldbetrag: 100

- die Auszahlungen sind ziemlich ähnlich 5

Das Fuzzy-Modell hat damit die Struktur eines einfachen wissensbasierten Systems mit allen in der Literatur berichteten Vorzügen (vgl. Opwis, 1992). Es kann als psychologisch interpretierbare Modellvorstellung für die Architektur des menschlichen kognitiven Apparates bei Ent-

scheidungen aufgefasst werden. Daten und Regeln besitzen eine homogene syntaktische Struktur, die Regeln stehen gleichwertig und voneinander unabhängig nebeneinander. Dies bedingt eine Modularität, die den assoziativen Charakter menschlichen Wissens widerspiegelt: es lassen



sich jederzeit ohne weitere Eingriffe neue Regeln hinzufügen oder alte entfernen (Stichwort: Lernen). Weiter ließen sich bestimmte kognitionspsychologische Vorstellungen über den Daten-, den Regelspeicher und den Interpreter realisieren, wie z.B. die Auswahlreihenfolge der Regeln, die Kapazität des Datenspeichers (Vergessen) usw.

In unserem Zusammenhang bedeutender ist die Möglichkeit, sich über die Modellannahmen informieren und insbesondere die abgeleiteten Schlussfolgerungen erklären zu lassen. Im Vergleich zu konventionellen Computermodellen ist dies eine erhebliche Verbesserung, da in diesen die Modellannahmen versteckt und die Herleitungsmechanismen für Außenstehende unbekannt sind. Das regelbasierte Entscheidungsmodell ist hingegen durchsichtig und dadurch leicht kritisierbar, da man sich über die Grundannahmen, die hier insbesondere in der Grenzziehung der Klassen stecken, informieren kann.

## Validierung des Modells

Grundsätzlich ist nach Ansicht des Verfassers die Fuzzy-Modellierung auf der Basis von Regeln ein Ansatz, der dem natürlichen Rasonieren in menschlichen Entscheidungsprozessen sehr nahe kommt.

Der Zweck des Fuzzy-Systems war zunächst nicht, allgemeingültige Fuzzy-Kategorien und Entscheidungsregeln für Risikosituationen aufzustellen. Vielmehr sollte mit diesem Projekt das Entscheidungsverhalten einer bestimmten VP rekonstruiert werden und dieser Ansatz zur Diskussion gestellt werden. Das implementierte Modell repräsentiert also zunächst das Entscheidungsverhalten *einer bestimmten VP* im Sinne der Rekonstruktion des mentalen Modells dieser VP (Johnson-Laird, 1983). Ob die Regeln Anspruch auf Allgemeingültigkeit haben könnten, wurde erst in einem zweiten Schritt untersucht.

Die Bewertung des Modells kann hinsichtlich verschiedener Kriterien erfolgen. Im Zentrum steht hierbei die empirische Adäquatheit als zentrales Gütemerkmal des Modells, daneben kann noch die Konsistenz und Widerspruchsfreiheit des Systems geprüft werden.

Bei der Prüfung der empirischen Adäquatheit kann zunächst gefragt werden, ob das Modell eine psychologisch valide Rekonstruktion des Entscheidungsverhaltens der *modellierten* Person darstellt. Modell- und Personen-daten stellen hierbei die Basis für die Prüfung dar und soll-

ten möglichst übereinstimmen. Bei einer gezogenen Stichprobe der VP-Daten generierten die Regeln *in mehr als 90% der Fälle die analogen Entscheidungen wie die VP*. Das System spiegelt also die Präferenzen der modellierten VP gut wider. Das Entscheidungsmodell erzeugt aber nicht lediglich nur die analogen Wahlen der zugrundegelegten Datenbasis. Es operiert mit einer endlichen, sehr kleinen Regelmenge auf einer potentiell unendlichen Menge von Lotterien. Entsprechende Tests mit Mengen von Lotterien, die nicht Basis der Datenerhebung waren, erbrachten ebenfalls gute bis sehr gute Übereinstimmungen mit den Entscheidungen der VP.

Derartige «idiographische» Modelle, die lediglich das Verhalten einer Person beschreiben, sind wissenschaftstheoretisch nicht besonders interessant. Die Frage ist, inwieweit das Programm als prototypisches Modell für Entscheidungsverhalten im Allgemeinen dienen kann.

Für einen systematischen Test des Modells wurden Lotterien zufällig erzeugt. Hierzu wurden mit Hilfe eines Computerprogramms Wahrscheinlichkeiten im Intervall  $[0, 1]$  und Ergebnisse (Geldbeträge in DM) im Intervall  $[1, 10000]$  generiert. Da die Wahrscheinlichkeit für kleinere Geldbeträge unter 100 Mark nur lediglich 1% beträgt, wurde das gesamte Ergebnisintervall in vier Gruppen geteilt: 1–10, 11–100, 101–1000, 1001–10000. Zur Erzeugung der Lotteriepaaire wurden in jedem Durchgang zwei der vier Gruppen zufällig ausgewählt und aus jeder dieser Gruppen ein Betrag gezogen. Jedem Betrag wurde eine zufällig gezogene Wahrscheinlichkeit zugeordnet. Eine «dominante» Lotterie, bei der sowohl Wahrscheinlichkeit als auch Geldbetrag größer war als bei der alternativen Lotterie, wurde ignoriert. Je 50 derartig generierte Lotteriepaaire wurden zehn Versuchspersonen vorgelegt mit der Aufforderung, für jedes Paar die Präferenz anzugeben. Außerdem war bei jeder Wahl auf der oben erwähnten Skala die Sicherheit anzugeben, mit der die Entscheidung erfolgte. Hier eines der 50 Paare, wie sie den VPs vorgelegt wurden:

- A) 15%-Chance für 2302 Mark  
B) 83%-Chance für 44 Mark

Ich bin bei meiner Entscheidung

0	5	10
absolut unsicher	schwankend	absolut sicher

Tabelle 2: Absolute und relative Häufigkeit der Modellübereinstimmung bei 10 VPs

	VP1	VP2	VP3	VP4	VP5	VP6	VP7	VP8	VP9	VP10
Beantwortet	48	47	50	50	49	50	45	50	50	49
Modellübereinstimmung (absolut)	44	40	41	44	42	45	44	41	43	44
Modellübereinstimmung (relativ)	91,7%	85,1%	82,0%	88,0%	85,7%	90,0%	97,8%	82,0%	86,0%	89,8%

Die gleichen Lotteriepaae, die den VPs vorgelegt wurden, dienten als Input für das Modell. Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse für alle zehn VPs.

Das Modell zeigt insgesamt in 88% der Fälle die analogen Entscheidungen wie die menschlichen Entscheidungsträger. Im Vergleich zur modellierten VP mit einer Übereinstimmungsrate von 91% ist dies eine nur minimale Verschlechterung. Die beobachteten Häufigkeiten unterscheiden sich signifikant von den erwarteten, die Nullhypothese, dass kein Zusammenhang zwischen Modell- und VP-Entscheidungen besteht, kann abgelehnt werden.

Weiter wurden punktuell Tests bezüglich der oben angesprochenen «Rationalität» durchgeführt. Bei den Tests ergaben sich keine Inkonsistenzen. Dies besagt jedoch nicht, dass das Modell tatsächlich konsistent ist. Da ein formaler Beweis der Inkonsistenz des Systems nicht möglich und die Menge der Lotteriepaae unendlich ist – also ein experimentelles Austesten entfällt –, ist es tatsächlich «unentscheidbar», ob das Modell konsistent ist. Das Testen der Konsistenz eines Computerprogramms ist im Übrigen ein offenes Problem, dem bislang wenig Aufmerksamkeit gewidmet wurde.

## Ausblick

Das Modell dürfte Fragen und Kritikpunkte aufwerfen. Kritisch ließe sich einwenden, dass menschliche Entscheidungsträger dynamischer mit den Daten umgehen als dies das System leisten kann. Dies liegt daran, dass das Modell nur einige wenige einfache Kategorien kennt und diese aufeinander abstimmt, während menschliches Entscheiden «holistischer» und flexibler ist. Die Kategorisierung spiegelt zudem eine bestimmte Sichtweise des Modellierers wider.

Zum ersten Punkt wäre zu bemerken, dass dieser Einwand für jedes Modell zutrifft, da Modelle immer vereinfachte Abbilder der «Realität» sind. Der vorliegende Ansatz ist insofern realistischer als die bekannten formalen Modelle, als es näher am menschlichen Rasonieren liegt. Einer Verfeinerung des Modells steht zudem nichts im Wege.

Zum zweiten Einwand wäre anzumerken, dass die Nachteile der – subjektiv gefärbten – Kategorisierung durch die Einbettung in einen Fuzzy-Ansatz gemildert sind. Ob sich eine allgemeingültige Kategorisierung bilden lässt, müsste jedoch weiteren empirischen Untersuchungen überlassen sein.

Auch andere Fragen bleiben zunächst offen. Könnte das Modell noch realistischer gemacht werden durch Hinzufügen weiterer Regeln? Würde es sich lohnen, eine wei-

tere Verfeinerung bei den Fuzzy-Kategorien vorzunehmen? Eine Analyse der Fehlentscheidungen würde hier eventuell Hinweise liefern. Doch auch die Gegenrichtung würde eventuell zu lohnenswerten Ergebnissen führen: Könnte das Modell durch Eliminierung von Regeln noch sparsamer gemacht werden. Auch hier würde eine weitere Analyse der verwendeten Regeln Hinweise liefern.

## Literatur

- Bell, D. E. (1982). Regret in Decision Making under Uncertainty. *Operations Research*, 30, 961–981.
- Clocksins, W. F., Mellish, C. S. (1984). *Programming in Prolog* (2. Aufl.). Berlin: Springer.
- Edwards, W. (1954). The Theory of Decision Making. *Psychological Bulletin*, 51, 380–417.
- Hagen, O. (1979). Towards a Positive Theory of Preferences under Risk. In: Allais, M., Hagen, O. (Eds.): *Expected Utility Hypotheses and the Allais Paradox*. Dordrecht, Boston: Reidel.
- Holler, M. (1983). Do Economic Students Choose Rationally? A Research Note. *Social Science Information*, 22, 623–630.
- Johnson-Laird, P. N. (1983) *Mental Models*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kahneman, D., Slovic, P., Tversky, A. (Eds.) (1982). *Judgements under Uncertainty: Heuristics and Biases*. New York: Cambridge University Press.
- Kahneman, D., Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, 47, 263–291.
- Kühberger, A. (1994). Risiko und Unsicherheit: Zum Nutzen des Subjective Expected Utility-Modells. *Psychologische Rundschau*, 45, 3–23.
- Manhart, K. Do People choose according to Utility Theory
- Newell, A., Shaw, J. C., Simon, H. A. (1963). Empirical Explorations of the Logic Theory Machine: A Case Study in Heuristics. In: Feigenbaum, E. A., Feldman, J. (Eds.): *Computers and Thought*, New York.
- Newell, A., Simon, H. A. (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs N. J.: Prentice Hall.
- Opwis, K., Spada, H. (1994). Modellierung mit Hilfe wissensbasierter Systeme. In: Hermann, T., Tack, W. H. (Eds.): *Methodologische Grundlagen der Psychologie*. Hogrefe: Göttingen.
- Opwis, K. (1992). *Kognitive Modellierung. Zur Verwendung wissensbasierter Systeme in der psychologischen Theoriebildung*. Bern: Huber.
- Paterson, I., Diekmann, A. (1988). A Paradox in Decision Theory and Some Experimental Result: The Relative Nature of Decisions. *Theory and Decision*, 25, 2, 107–116.
- Paterson, I. (1988), A Fuzzy Rationalization of the Allais Paradox, Institut für Höhere Studien, Wien.
- Puppe, F. (1988). *Einführung in Expertensysteme*. Berlin: Springer.
- Schnupp, P., Nguyen Huu C. T. (1987). *Expertensystem-Praktikum*. Berlin: Springer.

- Schoemaker, P.J.H. (1982). The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations. *Journal of Economic Literature*, 20, 529–563.
- Slovic, P., Tversky, A. (1974). Who accepts Savage's Axiom? *Behavioral Science*, 19, 368–373.
- Von Neumann, J., Morgenstern, O. (1947). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Tversky, A., Kahneman, D. (1974). Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases. *Science*, 185, 1124–1131.
- Tversky, A., Kahneman, D. (1981). The Framing of Decisions and the Psychology of Choice. *Science*, 211, 453–458.
- Tversky, A., Kahneman, D. (1986). Rational Choice and the Framing of Decisions. *Journal of Business*, 59, 251–278.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8, 338–353.
- Zelewski, S. (1986). Das Konzept der unscharfen Mengen unter besonderer Berücksichtigung ihrer linguistischen Interpretation – eine Lösung für unscharfe Probleme? Arbeitsbericht Nr. 8, Universität zu Köln, Seminar für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Industriebetriebslehre und Produktionswirtschaft.

Dr. Klaus Manhart

---

DFG-Stipendiat  
Eisenacher Straße 10  
D-80804 München  
E-Mail: mail@klaus-manhart.de